**Aulas 17 a 19**

# Impulso e Quantidade de Movimento

## Impulso

Quando se aplica sobre um corpo uma força $\vec{F}$ e, em consequência ele sofre um deslocamento $\vec{d}$, dizemos que foi realizado um trabalho sobre o corpo.

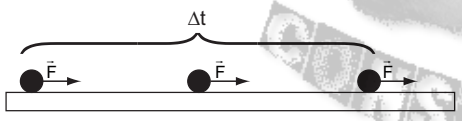
Da mesma maneira, quando uma força $\vec{F}$ age sobre um corpo num determinado intervalo de tempo $\Delta t$, fazendo-o mover-se, dizemos que esse corpo ficou sobre a ação de um impulso.

Observe as figuras a seguir.

Para que cada bola adquira determinada velocidade precisa-se aplicar-lhe certa força através de determinado elemento (pé, taco, raquete, mão etc.) durante um curto intervalo de tempo. Observe que se você aumentar a força, pode diminuir o tempo de contato e vice-versa e essa relação força-tempo recebe o nome de impulso.

## Impulso de uma força constante

O ponto material da figura a seguir está sob ação de uma força constante (mesma intensidade, mesma direção e mesmo sentido) $\vec{F}$ durante um determinado intervalo de tempo $\Delta t$.




Definimos impulso da força $\vec{F}$ no intervalo de tempo $\Delta t$ como sendo a grandeza vetorial:

$$\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t$$

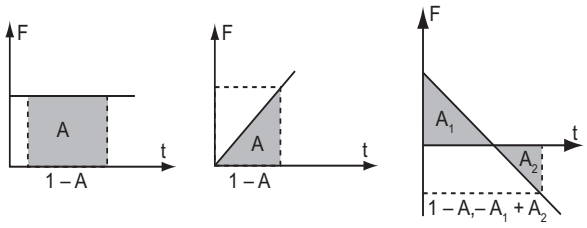
## Unidades no SI:

I. intensidade do impulso – medido em newton · metro (N·m)
F. intensidade da força – medida em newton (N)
$\Delta t$. intervalo de tempo – medido em segundo (s)

Como $\Delta t$ é uma grandeza escalar positiva, o impulso $\vec{I}$ tem sempre a mesma direção e mesmo sentido que a força $\vec{F}$.

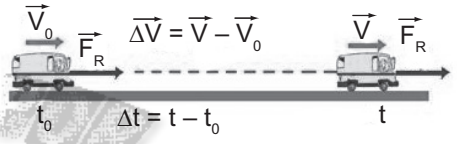
$$\vec{I}\begin{cases} \bullet\ \text{Intensidade} \rightarrow I = F \cdot \Delta t \\ \bullet\ \text{direção} - \text{mesma que de } \vec{F} \\ \bullet\ \text{sentido} - \text{mesma que de } \vec{F} \end{cases}$$

Em todo gráfico força **x** tempo, a intensidade do impulso é fornecida pela área compreendida entre a reta representativa e o eixo do tempo, no intervalo pedido.




# Quantidade de movimento e teorema do impulso

Considere um corpo de massa **m**, sob a ação de uma força resultante $\vec{F}_R$ que lhe imprime uma aceleração $\vec{a}$, de forma que,




Aplicando a Segunda Lei de Newton, teremos $\vec{F}_R = m \cdot \vec{a}$; $\vec{F}_R = m \cdot \Delta\vec{V}/\Delta t$; $m \cdot \vec{a} = m \cdot \Delta\vec{V}/\Delta t$; $\vec{F}_R \cdot \Delta t = m \cdot \Delta\vec{v}$; $\vec{F}_R \cdot \Delta t = m \cdot (\vec{V} - \vec{V}_0)$; $\vec{F}_R \cdot \Delta t = m \cdot \vec{V} - m \cdot \vec{V}_0$ mas, $\vec{F}_R \cdot \Delta t = \vec{I}$ $\vec{Q} = m \cdot \vec{V}$ ; e, $\vec{Q}_0 = m \cdot \vec{V}_0$ são, por definição, denominados de quantidade de movimento final $(\vec{Q})$ e quantidade de movimento inicial $(\vec{Q}_0)$; $\vec{I} = \vec{Q} - \vec{Q}_0$ sendo $\vec{Q} - \vec{Q}_0 = \Delta\vec{Q}$ denominado de variação de quantidade de movimento.

A expressão acima corresponde ao teorema do impulso, de definição:

"O impulso da força resultante de um sistema de forças que age sobre um corpo é igual à variação da quantidade de movimento do corpo"

$$\vec{I} = \Delta\vec{Q} \text{ ou } \vec{I} = \vec{Q} - \vec{Q}_0 \text{ ou } \vec{F}_R \cdot \Delta t = m \cdot \Delta\vec{t}$$

ou ainda $\vec{F}_R \cdot (t - t_0) = m \cdot (\vec{V} - \vec{V}_0)$

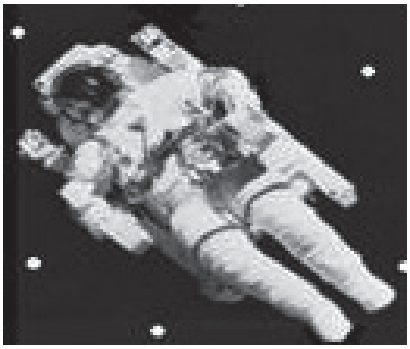
## Unidades no SI:

Impulso – newton vezes segundo (N.s)
Quantidade de movimento – quilograma vezes metro por segundo (kg · m/s)

## Conservação da quantidade de movimento

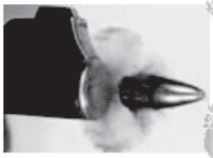
Sistema isolado de forças externas - Um sistema formado por vários corpos ou pontos materiais é considerado isolado, quando:

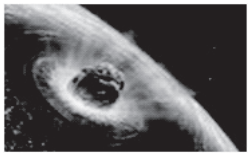
- sobre ele não atuam forças externas – exemplo – um astronauta no espaço, fora do campo de ação gravitacional de qualquer corpo celeste (força peso nula) e no vácuo (não existem forças resistivas).



- sobre ele agem forças externas, mas a intensidade da força resultante (soma vetorial de todas as forças externas que agem sobre ele) é nula – exemplo – um corpo se deslocando, sem atrito, sobre uma superfície plana horizontal e em movimento retilíneo e uniforme e nesse caso não existem forças horizontais (MRU) e as verticais $\vec{P}$ e $\vec{N}$ se anulam.

- as forças externas existem, mas suas intensidades são muito pequenas (praticamente desprezíveis) quando comparadas com as forças internas, que são muito grandes. – exemplos – explosões, disparos, choques etc.





Quando um sistema é isolado de forças externas, sua força resultante tem intensidade nula e consequentemente o impulso dessa força é nulo, pois $I = F_R \cdot \Delta t = 0$, $\Delta t = 0$. Como $I = Q_{depois} - Q_{antes}$; $0 = Q_{depois} - Q_{antes}$; $Q_{antes} = Q_{depois}$. Sendo a quantidade de movimento grandeza vetorial, a relação a seguir representa o princípio da conservação da quantidade de movimento.

$$\vec{Q}_{antes} = \vec{Q}_{depois}$$

# Colisões mecânicas

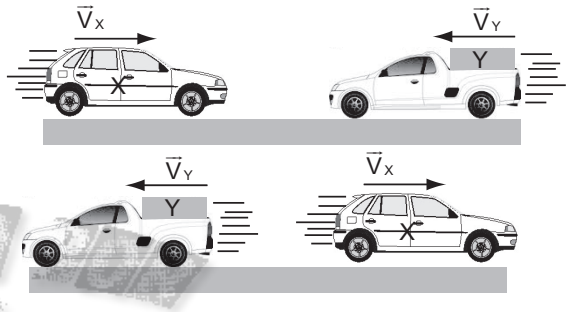
Choques mecânicos unidimensionais – são choques que ocorrem quando os centros de massa dos corpos que interagem entres si situam-se sobre uma mesma reta, ou seja, estão sempre na mesma direção, antes e depois do choque. Se as direções forem diversas o choque será oblíquo.

Coeficiente de restituição (e): É definido pela relação:

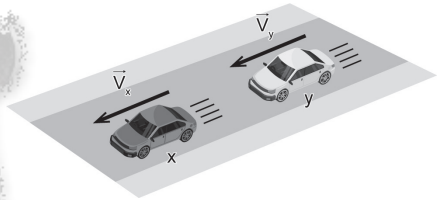
$$e = \frac{\text{módulo da velocidade relativa depois do choque}}{\text{módulo da velocidade relativa antes do choque}}$$

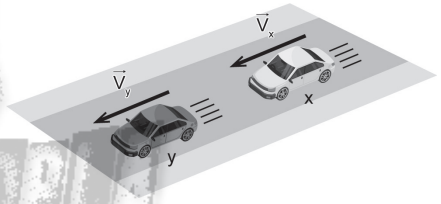
## Cálculo do módulo da velocidade relativa:

a) velocidades em sentidos contrários $V_r = V_x + V_Y$




b) velocidades no mesmo sentido: $V_r = V_Y - V_X$, com $V_Y > V_X$




**Observações:**

* O resultado $V_r$ obtido é sempre em módulo.

* Se houver colisão e os corpos permanecerem unidos após a mesma, ou, se eles se moverem na mesma direção e sentido tem-se evidentemente que $V_X = V_Y$ e que $V_r = 0$.

**PRINCIPAIS TIPOS DE CHOQUES**

| Principais tipos de choques | Coeficiente de restituição | Energia | Quantidade de movimento | Sistema |
|---|---|---|---|---|
| choque perfeitamente elástico | e = 1 | totalmente conservada | constante $\vec{Q}_{antes} = \vec{Q}_{depois}$ | conservativo |
| choque parcialmente elástico | e < 1 | dissipação parcial | constante $\vec{Q}_{antes} = \vec{Q}_{depois}$ | dissipativo |
| choque inelástico | e = 0 | máxima dissipação | constante $\vec{Q}_{antes} = \vec{Q}_{depois}$ | dissipativo |

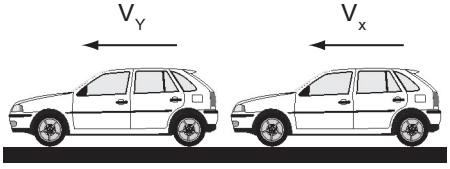


045.750 - 160525/21

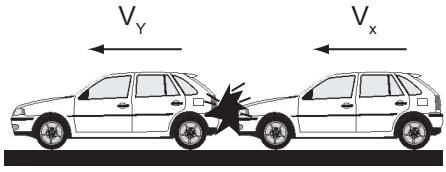
## Choque inelástico

Neste tipo de choque a dissipação de energia é máxima, o coeficiente de restituição é nulo, e, após o choque, os corpos obrigatoriamente se juntam e se movem unidos com a mesma velocidade. Lembre-se de que em qualquer tipo de choque a quantidade de movimento sempre se conserva.

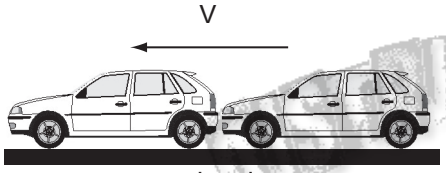
Gráfico da velocidade em função do tempo para a colisão inelástica das figuras abaixo.



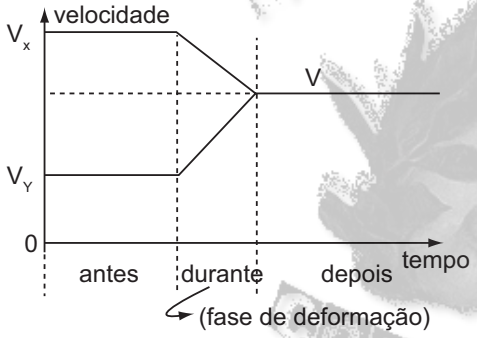

antes




durante

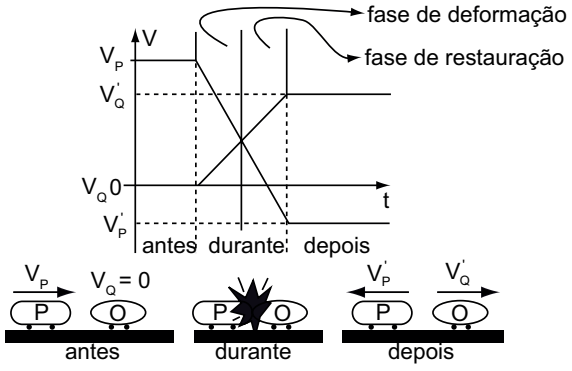


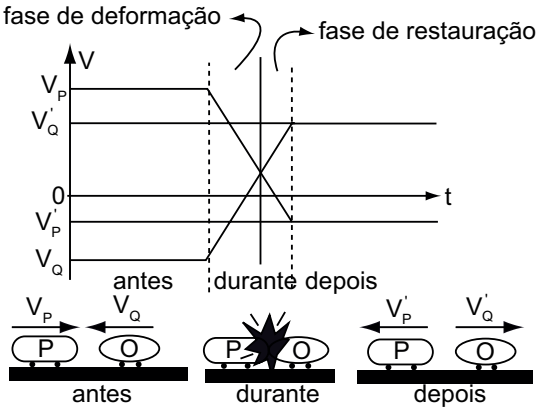

depois




Nesse tipo de choque o sistema é dissipativo com a energia sendo parcialmente dissipada e o coeficiente de restituição está compreendido entre 0 e 1 ($0 < e < 1$). Como em qualquer tipo de choque a quantidade de movimento do sistema se conserva $\left(\vec{Q}_{antes} = \vec{Q}_{depois}\right)$.

## Gráficos de uma colisão parcialmente elástica



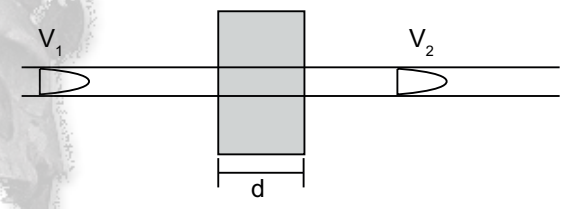




## Choque perfeitamente elástico

Toda energia do sistema é a mesma antes e depois do choque (sistema conservativo) e o coeficiente de restituição vale e = 1. Como em topo tipo de choque, a quantidade de movimento do sistema se conserva $\left(\vec{Q}_{antes} = \vec{Q}_{depois}\right)$.

## Exercícios de Fixação

1. (AFA) Um projétil de massa **m** incide horizontalmente sobre uma tábua com velocidade $v_1$ e a abandona com velocidade, ainda horizontal, $v_2$. Considerando-se constante a força exercida pela tábua de espessura **d**, pode-se afirmar que o tempo de perfuração é dado por:




A) $\frac{2d}{v_1 + v_2}$

B) $\frac{2d}{v_1 - v_2}$

C) $\frac{d}{2(v_1 + v_2)}$

D) $\frac{d}{2(v_1 - v_2)}$

2. (AFA) Analise as afirmativas a seguir sobre impulso e quantidade de movimento.

I. Considere dois corpos A e B deslocando-se com quantidade de movimento constantes e iguais. Se a massa de A for o dobro de B, então o módulo da velocidade de A será metade do de B;

II. A força de atrito sempre exerce impulso sobre os corpos em que atua;

III. A quantidade de movimento de uma luminária fixa no teto de um trem é nula para um passageiro, que permanece em seu lugar durante todo o trajeto, mas não o é para uma pessoa na plataforma que vê o trem passar;

IV. Se um jovem que está afundando na areia movediça de um pântano puxar seus cabelos para cima, ele se salvará.

A) apenas I, II e III.
B) apenas I e III.
C) apenas III e IV.
D) todas as afirmativas.



045.750 - 160525/21

3. (AFA) Um atirador utiliza alvos móveis. Em um treinamento, deixa cair um bloco de massa **m**, a partir de uma altura **h**. Ao final do primeiro segundo de queda, o bloco é atingido horizontalmente por uma bala de massa **m** e velocidade **v**. A bala se aloja no bloco e observa-se um desvio horizontal **x** na sua trajetória em relação ao ponto que tocaria o chão, caso não houvesse acontecido a colisão. O valor de **x** é dado por:

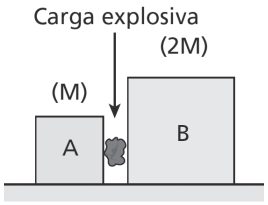
A) $\left(\frac{2h}{g}\right)^{\frac{1}{2}}\left[\frac{m}{(M+m)}\right]v$

B) $\left[\left(\frac{2h}{g}\right)^{\frac{1}{2}}-1\right]\left[\frac{m}{(M+m)}\right]v$

C) $\left[\left(\frac{2h}{g}\right)^{\frac{1}{2}}-1\right]\left[\frac{(M+m)}{m}\right]v$

D) $\left(\frac{2h}{g}\right)^{\frac{1}{2}}(M+m)v$

4. (UFV-MG) Dois blocos, **A** e **B**, feitos de materiais idênticos, um com massa M e o outro com massa 2 M, encontram-se inicialmente em repouso sobre uma superfície plana e com atrito, separados por uma carga explosiva de massa desprezível. A situação inicial do sistema está ilustrada na figura ao lado.




Após a explosão da carga, o bloco A percorre uma distância L, deslizando pela superfície até parar. É correto afirmar que a distância percorrida pelo bloco B será:

A) 4 L

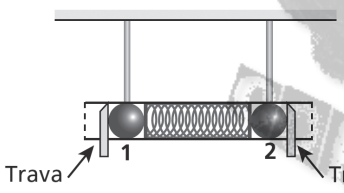
B) 2 L

C) L

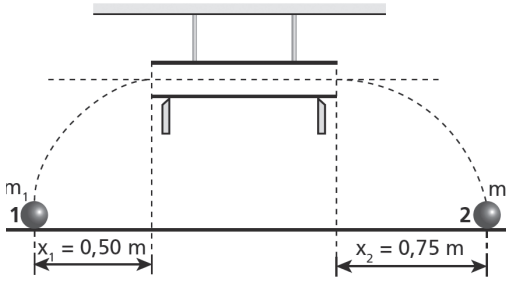
D) $\frac{L}{2}$

E) $\frac{L}{4}$

5. (Unesp-SP) A figura representa duas esferas, 1 e 2, de massas $m_1$ e $m_2$, respectivamente, comprimindo uma mola e sendo mantidas por duas travas dentro de um tubo horizontal.




Quando as travas são retiradas simultaneamente, as esferas 1 e 2 são ejetadas do tubo, com velocidades de módulos $v_1$ e $v_2$, respectivamente, e caem sob a ação da gravidade. A esfera 1 atinge o solo num ponto situado à distância $x_1 = 0{,}50$ m, $t_1$ segundos depois de abandonar o tubo, e a esfera 2, à distância $x_2 = 0{,}75$ m, $t_2$ segundos depois de abandonar o tubo, conforme indicado na figura seguinte.



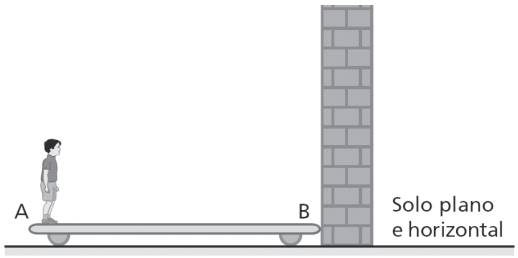

Desprezando a massa da mola e quaisquer atritos, determine:

A) as razões $\frac{t_2}{t_1}$ e $\frac{v_2}{v_1}$;

B) a razão $\frac{m_2}{m_1}$.

## Exercícios Propostos

1. Na situação esquematizada na figura, um garoto de massa 40 kg está posicionado na extremidade **A** de uma prancha de madeira, de massa 120 kg, dotada de rodas, que tem sua extremidade **B** em contato com um muro vertical. O comprimento **AB** da prancha é igual a 6,0 m.




Em determinado instante, o garoto começa a caminhar de A para B com velocidade de módulo 1,2 m/s em relação à prancha.
Admitindo que o sistema garoto-prancha seja isolado de forças externas e que o garoto pare de caminhar ao atingir a extremidade B, calcule:

A) o módulo da velocidade da prancha em relação ao solo enquanto o garoto caminha de A para B.

B) a distância **x** entre a extremidade B da prancha e o muro no instante em que o garoto atinge a extremidade B.

2. Um barco de massa **M**, pilotado por um homem de massa **m**, atravessa um lago de águas tranquilas com velocidade constante $\vec{v}_0$.

Em dado instante, pressentindo perigo, o homem atira-se à água, desligando-se do barco com velocidade $-2\vec{v}_0$, medida em relação às margens do lago. Nessas condições, a velocidade do barco imediatamente após o homem ter-se atirado à água é mais bem expressada por:

A) $\frac{2m}{M}\vec{v}_0$

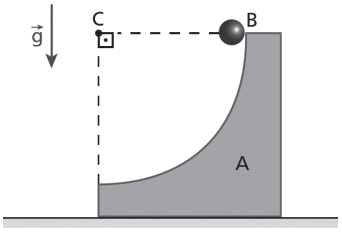
B) $\frac{m}{M}\vec{v}_0$

C) $\frac{(M+3m)}{M}\vec{v}_0$

D) $\frac{(M-m)}{M}\vec{v}_0$

E) $\frac{(M+2m)}{M}\vec{v}_0$

3. Na figura, o bloco **A** (massa **4M**) e a esfera **B** (massa **M**) encontram-se inicialmente em repouso, com **A** apoiado em um plano horizontal:

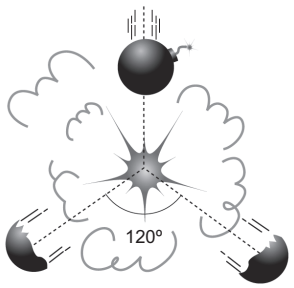



Largando-se a esfera **B** na posição indicada, ela desce, descrevendo uma trajetória circular ($\frac{1}{4}$ de circunferência) de 1,0 m de raio e centro em **C**. Desprezando todos os atritos, bem como a influência do ar, e adotando $|g| = 10$ m/s², determine os módulos das velocidades de **A** e de **B** no instante em que a esfera perde o contato com o bloco.


045.750 - 160525/21

4. (PUC-SP) O rojão representado na figura tem, inicialmente, ao cair, velocidade vertical de módulo 20 m/s. Ao explodir, divide-se em dois fragmentos de massas iguais, cujas velocidades têm módulos iguais e direções que formam entre si um ângulo de 120°.

**Dados:** sen 30° = cos 60° = 0,50; cos 30° = sen 60° ≅ 0,87.



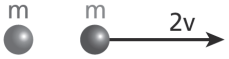

O módulo da velocidade, em m/s, de cada fragmento, imediatamente após a explosão, será:
A) 10
B) 20
C) 30
D) 40
E) 50

5. (Unisa-SP) Um navio que se encontra inicialmente em repouso explode em três pedaços. Dois dos pedaços, de massas iguais, partem em direções perpendiculares entre si, com velocidades de módulo 100 km/h. Supondo que a massa do terceiro pedaço seja o triplo da massa de um dos outros dois, qual o valor aproximado do módulo de sua velocidade imediatamente após a explosão?

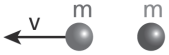
6. Uma partícula **A** colide frontalmente com uma partícula **B**, na ausência de forças externas resultantes. A respeito dessa situação, indique a alternativa correta:
A) A energia cinética da partícula **A** aumenta.
B) O módulo da quantidade de movimento da partícula **B** aumenta.
C) A energia mecânica (total) do sistema formado pelas partículas **A** e **B** permanece constante no ato da colisão.
D) A quantidade de movimento total do sistema formado pelas partículas **A** e **B** permanece constante no ato da colisão.
E) As partículas **A** e **B** adquirem deformações permanentes devido à colisão.

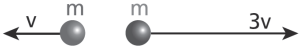
7. (Cesgranrio-RJ) Duas bolas de gude idênticas, de massa **m**, movimentam-se em sentidos opostos (veja a figura) com velocidades de módulo **v**:

Indique a opção que pode representar as velocidades Δ das bolas imediatamente depois da colisão:

A) 

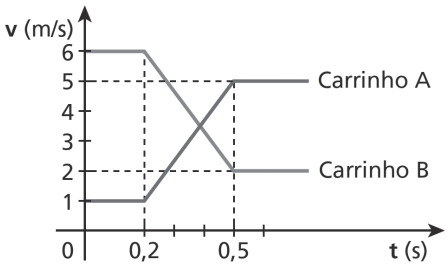

B)


C) 


D) 

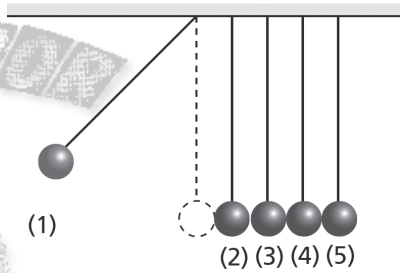

E)


8. (UFPB) A figura a seguir apresenta os gráficos da velocidade *versus* tempo para a colisão unidimensional ocorrida entre dois carrinhos **A** e **B**:




Supondo que não existam forças externas resultantes e que a massa do carrinho A valha 0,2 kg, calcule:
A) o coeficiente de restituição da colisão.
B) a massa do carrinho B.

9. Considere a montagem experimental representada a seguir, em que a esfera 1 tem massa 2 M e as demais (2, 3, 4 e 5) têm massa M:




Abandonando-se a esfera 1 na posição indicada, ela desce, chegando ao ponto mais baixo de sua trajetória com velocidade $\vec{V}_0$. Supondo que todas as possíveis colisões sejam perfeitamente elásticas, podemos afirmar que, após a interação:
A) a esfera 5 sai com velocidade $2\vec{V}_0$.
B) as esferas 2, 3, 4 e 5 saem com velocidade $\frac{\vec{V}_0}{2}$.
C) as esferas 4 e 5 saem com velocidade $\vec{V}_0$.
D) as esferas 2, 3, 4 e 5 saem com velocidade $\vec{V}_0$.
E) todas as esferas permanecem em repouso.

10. Duas partículas **1** e **2**, de massas respectivamente iguais a 3,0 kg e 2,0 kg, percorrem uma mesma reta orientada com velocidades escalares $v_1$ = 2,0 m/s e $v_2$ = –8,0 m/s. Supondo que essas partículas colidam e que o coeficiente de restituição do impacto seja 0,5, determine:
A) as velocidades escalares de 1 e de 2 imediatamente após o impacto;
B) a relação entre as energias cinéticas do sistema (partículas **1** e **2**) imediatamente após e imediatamente antes do impacto.

11. (EFOMM) Certa embarcação mercante tem 33000 toneladas de porte bruto (massa da embarcação); quando seu sistema propulsor, de potência 8750 HP, aplica força de 3.000.000 N na rotação máxima de serviço (118 rpm), a quantidade de movimento da embarcação, em kg.m/s é, aproximadamente (dado 1 HP = 746 watts)
A) $3,6 \times 10^7$
B) $4,7 \times 10^7$
C) $5,8 \times 10^7$
D) $7,2 \times 10^7$
E) $8,9 \times 10^7$

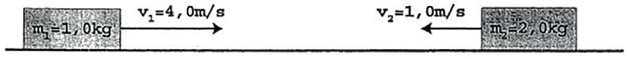

045.750 - 160525/21

12. (EFOMM) Uma bomba abastece um tanque de 1.500 litros de água em 10 minutos. O tanque se encontra a 6 m do nível do rio e a velocidade com que a água chega ao tanque é de 4m/s. Qual é a potência dessa bomba, em CV, desprezando-se os atritos?

**Dados:** velocidade da água na superfície do rio nula; densidade da água = 1 kg/litro; g = 10 m/s² e 1CV = 736 W.

A) 3,2
B) 2,4
C) 1,5
D) 0,38
E) 0,23

13. (EFOMM) Observe a figura a seguir.




Dois blocos deslizam sobre uma superfície horizontal com atrito desprezível. Inicialmente, o bloco de massa $m_1$ = 1,0 kg tem velocidade $v_1$ = 4,0 m/s e o bloco de massa $m_2$ = 2,0 kg tem velocidade $v_2$ = 1,0 m/s, conforme indica a figura anterior. Após curto intervalo de tempo, os dois blocos colidirão, dissipando a máxima energia mecânica possível,que é, em joules,

A) $\frac{29}{3}$

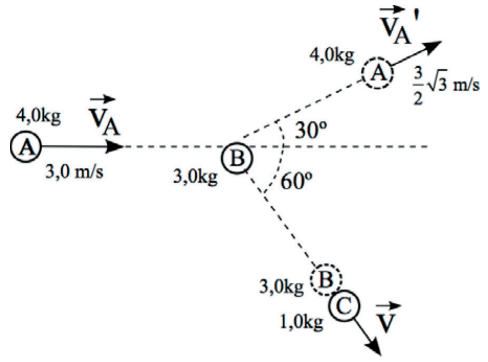
B) $\frac{25}{3}$

C) $\frac{21}{3}$

D) $\frac{17}{3}$

E) $\frac{14}{3}$

14. (EFOMM) A bola **A** ($m_A$ = 4,0 kg) se move em uma superfície plana e horizontal com velocidade de módulo 3,0 m/s, estando as bolas **B** ($m_B$ = 3,0 kg) e **C** ($m_C$ = 1,0 kg) inicialmente em repouso. Após colidir com a bola **B**, a bola **A** sofre um desvio de 30º em sua trajetória, prosseguindo com velocidade $\frac{3}{2}\sqrt{3}$ m/s , conforme figura a seguir. Já a bola **B** sofre nova colisão, agora frontal, com a bola C, ambas prosseguindo juntas com velocidade de módulo v. Considerando a superfície sem atrito, a velocidade v, em m/s, vale




A) 1,5
B) 2,5
C) 3,5
D) 4,5
E) 5,5

15. (EFOMM) Dois móveis P e T com massas de 15,0 kg e 13,0 kg, respectivamente, movem-se em sentidos opostos com velocidades $V_P$ = 5,0 m/s e $V_T$ = 3,0 m/s, até sofrerem uma colisão unidimensional, parcialmente elástica de coeficiente de restituição e = 3/4. Determine a intensidade de suas velocidades após o choque.

A) $V_T$ = 5 m/s e $V_P$ = 3,0 m/s
B) $V_T$ = 4,5 m/s e $V_P$ = 1,5 m/s
C) $V_T$ = 3,0 m/s e $V_P$ = 1,5 m/s
D) $V_T$ = 1,5 m/s e $V_P$ = 4,5 m/s
E) $V_T$ = 1,5 m/s e $V_P$ = 3,0 m/s

16. Considere duas partículas **A** e **B** em movimento com quantidades de movimento constantes e iguais. É necessariamente correto que:

A) as trajetórias de **A** e **B** são retas divergentes.
B) as velocidades de **A** e **B** são iguais.
C) as energias cinéticas de **A** e **B** são iguais.
D) se a massa de **A** for o dobro da de **B**, então, o módulo da velocidade de **A** será metade do de **B**.
E) se a massa de **A** for o dobro da de **B**, então, o módulo da velocidade de **A** será o dobro do de **B**.

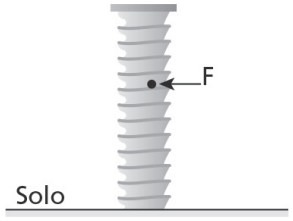
17. (Ufam) Um menino faz girar uma pedra presa a uma haste rígida e de massa desprezível de maneira que ela descreva um movimento circular uniforme num plano vertical, num local onde a aceleração da gravidade é constante. Sobre esse movimento, considere as seguintes grandezas relacionadas com a pedra:

I. Quantidade de movimento;
II. Energia potencial de gravidade;
III. Energia cinética;
IV. Peso

Dentre essas grandezas, as que variam, enquanto a pedra realiza seu movimento, são:

A) apenas I e IV.
B) apenas I e II.
C) apenas II e III.
D) apenas III e IV.
E) apenas I e III.

18. Uma formiga F sobe com velocidade escalar constante a "rosca" de um grande parafuso, colocado de pé sobre um solo plano e horizontal, como indica a figura. Em relação a um referencial no solo, podemos afirmar que:



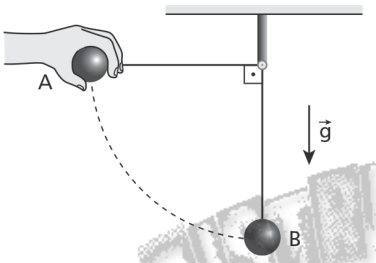

A) as energias cinética e potencial de gravidade da formiga permanecem constantes.
B) a energia cinética e a quantidade de movimento da formiga permanecem constantes.
C) a energia cinética da formiga permanece constante, mas sua energia potencial de gravidade aumenta.
D) a quantidade de movimento da formiga permanece constante, mas sua energia potencial de gravidade aumenta.
E) a energia mecânica total da formiga permanece constante.


045.750 - 160525/21

19. (Acafe-SC) Em um rinque de patinação, dois patinadores, João, com massa de 84 kg, e Maria, com massa 56 kg, estão abraçados e em repouso sobre a superfície do gelo, ligados por um fio inextensível de 10,0 m de comprimento. Desprezando-se o atrito entre os patinadores e a superfície do gelo, é correto afirmar que, se eles se empurrarem, passando a descrever movimentos retilíneos uniformes em sentidos opostos, a distância, em metros, percorrida por Maria, antes de o fio se romper, é:

A) 4,0.
B) 5,0.
C) 6,0.
D) 8,0.
E) 10,0.

20. Realiza-se, no laboratório, um experimento em que são utilizados dois pêndulos iguais, A e B, em cujos fios estão presas esferas de massa de vidraceiro. Inicialmente, os pêndulos encontram-se em repouso, dispostos conforme ilustra o esquema:




Largando-se o pêndulo **A**, ele desce sem sofrer os efeitos do ar, indo colidir de modo totalmente inelástico com o pêndulo B. Podemos afirmar que o percentual de energia mecânica dissipado nesse experimento, por efeito da colisão, vale:

A) 10%
B) 25%
C) 50%
D) 75%
E) 100%

## Gabarito

| Aulas 17 a 19: Impulso e Quantidade de Movimento | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
| A | A | B | E | – |

– Resposta com o professor.

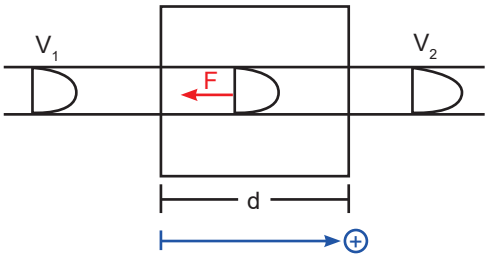
| Aulas 17 a 19: Impulso e Quantidade de Movimento | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
| – | C | – | D | A |
| **6** | **7** | **8** | **9** | **10** |
| D | – | – | C | – |
| **11** | **12** | **13** | **14** | **15** |
| D | – | – | – | B |
| **16** | **17** | **18** | **19** | **20** |
| D | B | C | C | C |

# Resolução

## Exercícios de Fixação

01.

i) Como a força que atua na bala dentro da tábua é constante, podemos utilizar o teorema do impulso para relacionar o tempo de perfuração com a variação de velocidade.




$I = \Delta Q \rightarrow \boxed{\ominus F \cdot \Delta t = mV_2 - mV_1}$ (1)

O sinal negativo indica que a força está contra o sentido de movimento do projétil

ii) Observe que F é a única força atuante na bala, logo ela é a força resultante, ou seja, F = m · a. Substituindo o valor de F na expressão (1), temos:

$-F \cdot \Delta t = mV_2 - mV_1 \rightarrow -(m \cdot a) \cdot \Delta t = mV_2 - mV_1 \rightarrow$

$\rightarrow \boxed{a = \dfrac{V_1 - V_2}{\Delta t}}$ (2)

iii) Substituindo a expressão (2) na equação de Torricelli, podemos encontrar o valor de $\Delta t$ em função de **d**, $V_1$ e $V_2$.

$V_2^2 = V_1^2 \ominus 2ad \rightarrow 2ad = V_1^2 - V_2^2 \rightarrow$

$2ad = (V_1 - V_2)(V_1 + V_2) \rightarrow$

$2 \cdot \dfrac{(V_1 - V_2)}{\Delta t} d = (V_1 - V_2)(V_1 + V_2)$

$\xrightarrow{(2)} \dfrac{2d}{\Delta t} = (V_1 + V_2) \rightarrow \boxed{\Delta t = \dfrac{2d}{(V_1 + V_2)}}$

O sinal negativo indica que a força está contra o sentido de movimento do projétil.

**Resposta: A**

02.

I. **Verdadeiro**. Seja $Q_A = m_A \cdot V_A$ e $Q_B = m_B \cdot V_B$, em que, de acordo com o enunciado $m_A = 2\ m$ e $m_B = m$, temos que:

$Q_A = Q_B \rightarrow M_A V_A = m_B V_B \rightarrow (2m)V_A = m \cdot V_B \rightarrow$

$2V_A = V_B \rightarrow \boxed{V_A = \dfrac{V_B}{2}}$

O valor do módulo da velocidade de A é metade do de B.


045.750 - 160525/21

II. **Verdadeiro.** Quando uma força $\vec{F}$ age sobre o corpo num determinado intervalo de tempo $\Delta t$, fazendo-o mover-se, dizemos que esse corpo ficou sobre a ação de um impulso. O atrito atua contra o movimento do corpo, logo ele exerce um impulso com a intenção de parar o movimento do corpo, já que o intervalo de tempo que essa força atua é o intervalo para o corpo encerrar o movimento dele.

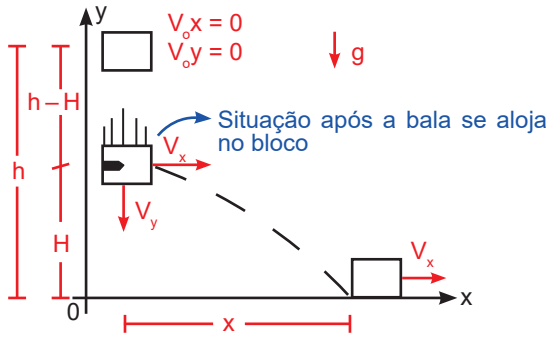
III. **Verdadeiro**. No referencial do passageiro, a luminária está parada, pois ambos estão dentro do trem, logo, para ele, a quantidade de movimento da luminária é zero ($Q = m \cdot V \rightarrow V = 0 \rightarrow Q = m \cdot 0 \rightarrow Q = 0$). No referencial de uma pessoa que está fora do trem, ele enxergar a luminária se locomover com a mesma velocidade do trem, logo, para ele, a luminária possui uma quantidade de movimento diferente de zero ($Q = mV \rightarrow V \neq 0 \rightarrow Q \neq 0$).

IV. **Falso**. A mão do jovem puxa o cabelo dele para cima e, pela terceira Lei de Newton, o cabelo do jovem reage puxando a mão dele para baixo com um força que possui a mesma intensidade que a força exercida pela mão dele. Baseado nisso, concluimos que a força resultante exercida sobre o jovem é zero. Portanto, como não há nenhuma força atuando para retirar o jovem da areia movediça, concluimos que ele irá se salvar.

**Resposta: A**

03.

i) Adotando um par de eixos coordenados x0y e seguindo as instruções fornecidas pelo enunciado, podemos desenhar o seguinte esquema:




ii) Utilizando a função horária do espaço no movimento do bloco no eixo **y**, é possível encontrar o valor de tempo necessário para o bloco percorrer **h**, logo:

- $S_y = Soy + Voyt + \frac{1}{2}at^2 \rightarrow 0 = h + 0 \cdot t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$$\rightarrow \frac{gt^2}{2} = h \rightarrow \boxed{t = \left(\frac{2h}{g}\right)^{1/2}}$$

iii) De acordo com o enunciado, para o bloco percorrer a distância "h – H" no eixo **y**, é necessário 1 segundo. Portanto, o tempo para o bloco percorrer a distância H no eixo **y** equivale ao tempo necessário para percorrer a distância h menos o tempo necessário para percorrer a distância h – H, ou seja:

$$t_H - t_h - t_{h-H} \rightarrow \begin{cases} t_h = 1 \\ t_{h-H} = 1 \end{cases} \rightarrow \boxed{t_H = \left(\frac{2h}{g}\right)^{1/2} - 1}$$

iv) Utilizando a conservação da quantidade de movimento nos instantes imediatamente antes e imediatamente após a colisão, podemos encontrar o valor de $V_x$, que é a velocidade do conjunto bloco + bala no eixo **x**.

$$mV = (M+m)Vx \rightarrow \boxed{V_x = \left(\frac{m}{M+m}\right)V}$$

v) O movimento do bloco no eixo **x** começa após a colisão dele com a bala na altura H. Observe que o bloco atinge o solo após percorrer a distância H no eixo **y**, logo, o tempo que ele se movimenta no eixo **x** é o mesmo tempo que ele leva para cair a altura H. Baseado nisso, podemos encontrar o valor **x** que o bloco percorre na horizontal.

$$x = Vx \cdot tH \rightarrow \begin{cases} Vx = \left(\frac{m}{M+m}\right)V \\ tH = \left(\frac{2h}{g}\right)^{1/2} - 1 \end{cases} \rightarrow \boxed{x = \left[\left(\frac{2h}{g}\right)^{1/2} - 1\right]\left[\frac{m}{(M+m)}\right]V}$$

**Obs.:** A questão apresenta um erro no enunciado. Ela diz que a massa do bloco e da bala são iguais e possuem valor **m**, porém, a massa da bala possue valor **m** e a massa do bloco possue valor M.

**Resposta: B**

04.

i) Observe que não há forças atuando nos blocos nos instantes imediatamente antes e após a explosão. Baseado nisso, podemos conservar a quantidade de movimento entre esses dois instantes para obtermos a relação entre as velocidade iniciais dos blocos após a explosão.

$$Q_{Antes\ explosão} = Q_{Após\ explosão} \rightarrow 0 = M \cdot VoA + 2MVoB \rightarrow$$

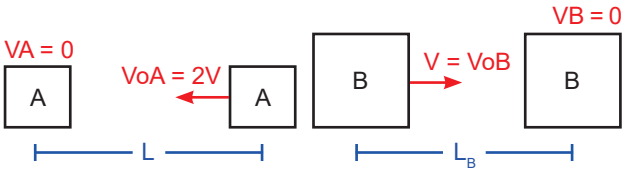
$$MVoA = 2MVoB \rightarrow \boxed{VoA = \ominus 2VoB}$$

Inicialmente o sistema está parado

O sinal negativo indica que os blocos seguirão sentidos opostos um ao outro.

ii) Seja VoB = V, temos que: $\begin{cases} VoA = 2V \\ VoB = V \end{cases}$

iii) Após a explosão, temos:




iv) No eixo horizontal, as únicas forças que atuam nos blocos é a força de atrito e elas causam a desaceleração deles. Como as forças de atrito são as forças resultantes nos blocos no eixo horizontal, é possível calcular o valor da desaceleração que cada bloco sente.

- $fatA = M \cdot aA \rightarrow \mu F_{NA} = M_{aA} \rightarrow F_{NA} = P_A = M \cdot g \rightarrow$

$$\mu Mg = M \cdot aA \rightarrow \boxed{aA = \mu g}$$

- $fatB = (2M)aB \rightarrow \mu F_{NB} = (2M)_{aB} \rightarrow F_{NB} = P_B = (2M)g \rightarrow$

$$\mu (2M)g = (2M)aB \rightarrow \boxed{aB = \mu g}$$



045.750 - 160525/21

De acordo com o enunciado, os blocos A e B são feitos do mesmo material, por essa razão eles possuem o mesmo coeficiente de fricção, ou seja, o **u**.

v) Utilizando a equação de Torricelli nos blocos A e B, é possível encontrar o valor da distância $L_B$ percorrida pelo bloco B.

- $VA^2 = VoA^2 + 2a\Delta S \rightarrow (0)^2 = (2V)^2 + 2(-aA)\cdot L \rightarrow$

  $4V^2 = 2(\mu g)\cdot L \rightarrow \boxed{V^2 = \frac{\mu g L}{2}}$ (1)

- $VB^2 = VoB^2 + 2a\Delta S \rightarrow (0)^2 = (V)^2 + 2(-aB)\cdot LB \rightarrow$

  $\rightarrow \boxed{V^2 = 2(\mu g)LB}$ (2)

vi) Igualando as expressões (1) e (2), temos:

$$V^2 = \frac{\cancel{\mu g}L}{2} = 2\cancel{(\mu g)}LB \rightarrow \frac{L}{2} = 2LB \rightarrow \boxed{LB = \frac{L}{4}}$$

**Resposta: E**

05.

A) i) Observe que, enquanto as esferas estão caindo na vertical, elas estão se deslocando na horizontal. Baseado nisso, concluimos que o tempo de queda de cada esfera equivale, também, ao tempo de deslocamento de cada esfera no eixo horizontal.

ii) É visto no módulo que contém as aulas 5 e 6 que o tempo de queda de um corpo é dado por $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$, em que **h** é a altura que esse corpo cai e **g** é o valor da gravidade. Observe que as esferas 1 e 2 caem de alturas iguais, portanto, é possível concluir que, por essa razão, $t_1 = t_2$, ou seja, $\boxed{\frac{t_2}{t_1} = 1}$.

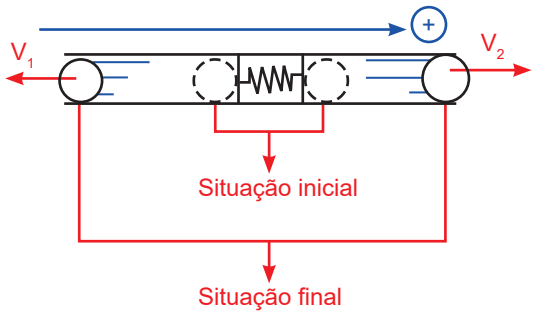
iii) Baseado nos passos i) e ii), temos:

$$\begin{cases} x_1 = V_1 \cdot t_1 \\ x_2 = V_2 \cdot t_2 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} 0{,}50\ m = V_1 \cdot t_1 \\ 0{,}75\ m = V_2 \cdot t_2 \end{matrix}$$

$$\rangle \frac{0{,}50\ m}{0{,}75\ m} = \frac{V_1}{V_2}\underbrace{\frac{t_1}{t_2}}_{=1} \rightarrow \boxed{\frac{V_2}{V_1} = \frac{3}{2}}$$

B) i) Observe que, as únicas forças atuante no sistema são forças elásticas provenientes da mola e que elas são forças internas ao sistema. Baseado nisso, concluímos que a soma vetorial de todas as forças internas ao sistema é zero e que a quantidade de movimento do sistema é conservada.

i) Utilizando a conservação da quantidade de movimento no instante antes da trava ser liberada e no instante antes das esferas abandonarem o tubo, temos




$$Q_{inicial} = Q_{final}$$

$$0 = m_2V_2 \ominus m_1V_1$$

Negativo porque a esfera 1 está se deslocando contra o sentido adotado como positivo.

$$m_2V_2 = m_1V_1$$

$$\boxed{\frac{m_2}{m_1} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{3}}$$

**Resposta: A)** $\frac{t_2}{t_1} = 1$; $\frac{V_2}{V_1} = \frac{3}{2}$ **B)** $\frac{m_2}{m_1} = \frac{2}{3}$

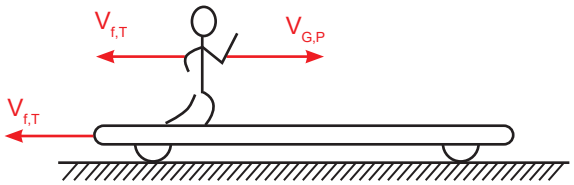
## Exercícios Propostos

01.

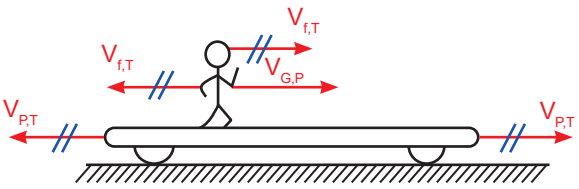
A) i) De acordo com o enunciado, o sistema garoto-prancha está isolado de forças externas. Portanto, podemos concluir que a quantidade de movimento é conservada e usar ela para encontrar o valor da velocidade da prancha.

ii) De acordo com o enunciado, o garoto possui uma velocidade de 1,2 m/s em relação à prancha. Portanto, antes de utilizar a conservação da quantidade, é necessário analisar o referencial da prancha para relacionar a velocidade em relação ao solo com a velocidade do garoto em relação ao solo.

- **No referencial da Terra:**

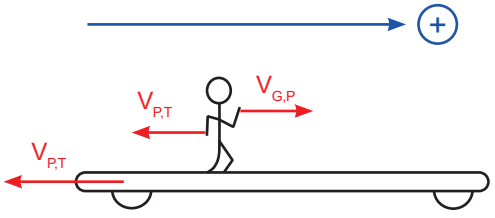



- **No referencial da prancha:**




Como mencionado no enunciado, a velocidade do garoto em relação à prancha ($V_{G,P}$) é 1,2 m/s e, em relação à Terra, a velocidade do garoto é $V_{G,P} - V_{P,T}$, ou seja, é a velocidade própria dele (que ele usa para se movimentar em cima da prancha) a menos que a prancha "puxa" ele para trás, pois ele está em cima da prancha, logo ele se movimenta junto com ela também.

ii) Baseado nos passos i) e ii), podemos utilizar a conservação da quantidade de movimento para encontrar o valor da velocidade da prancha em relação à Terra($V_{P,T}$). Logo, adotando um sentido positivo para o movimento, temos:






045.750 - 160525/21

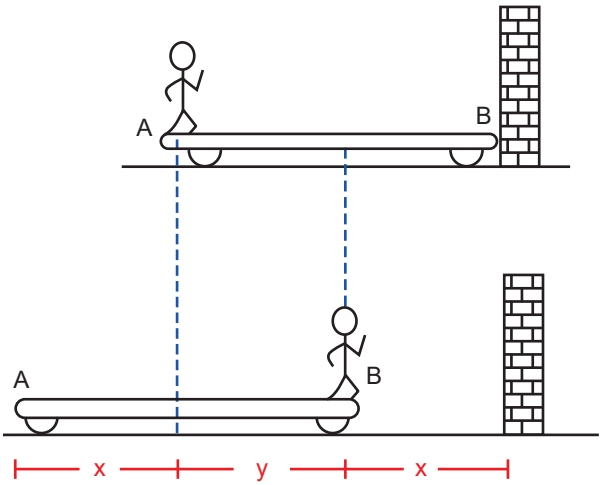
$Q_{inicial} = Q_{final} \rightarrow 0 = m_G \cdot (V_{G,P} - V_{P,T}) - m_P \cdot V_{P,T}$

$\rightarrow 40 \cdot (1,2 - V_{P,T}) = 120 \cdot V_{P,T} \rightarrow 1,2 - V_{P,T} = 3V_{P,T}$

$\rightarrow 1,2 \text{ m/s} = 4V_{P,T} \rightarrow \boxed{V_{P,T} = 0,3 \text{ m/s} = 30 \text{ cm/s}}$

Velocidade da prancha em relação à Terra.

B) i) Analisando e comparando as situações em que o garoto está no ponto A e no ponto B, é possível encontrar uma equação que ajude a encontrar o valor de **x**.




ii) Perceba que, como a prancha é um objeto indeformável, o comprimento dela é constante. Logo, é possível concluir que **x** e **y** devem sempre seguir a relação $\boxed{x + y = 6 \text{ m}}$ (1)

iii) Perceba que o tempo necessário para a prancha andar **x** é o mesmo tempo necessário para o garoto andar **y**. Portanto, utilizando a função horária do espaço, temos:

$$\begin{cases} x = V_{P,T} \cdot t \\ y = \underbrace{(V_{G,P} - V_{P,T})}_{\text{Velocidade do garoto em relação à Terra}} \cdot t \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 0,3\ t \\ y = (1,2 - 0,3)t \end{cases}$$

$$\rightarrow \frac{x}{y} = \frac{0,3\ \cancel{t}}{0,9\ \cancel{t}} \rightarrow \frac{x}{y} = \frac{1}{3} \rightarrow \boxed{y = 3x} \quad (2)$$

iv) Substituindo a expressão (2) em (1):

$x + y = 6 \text{ m} \rightarrow x + 3x = 6 \text{ m} \rightarrow 4x = 6 \text{ m}$

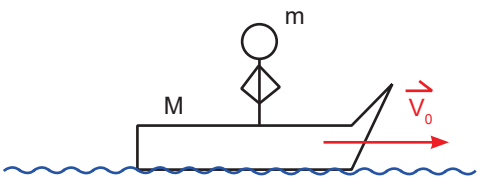
$\rightarrow \boxed{x = 1,5 \text{ m}}$ Distância entre a extremidade B e o muro

**Resposta: A) Velocidade da prancha em relação ao solo: 0,3 m/s**
**B) x = 1,5 m**

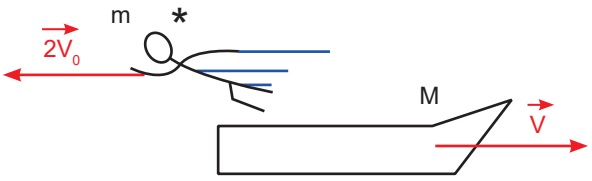
02.

i) De acordo com o enunciado, temos a seguinte situação:

- **Antes do homem pular do barco:**

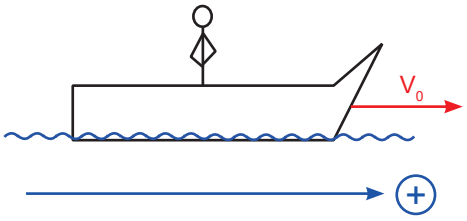



- **Após o homem pular do barco:**




* De acordo com o enunciado, a velocidade do homem é $-2\vec{V}_0$, ou seja, o sinal negativo está indicando que o homem se atira no sentido contrário ao sentido de deslocamento do barco, como mostrado na figura anterior.

ii) Adotando um sentido positivo para o movimento do sistema e conservando a quantidade de movimento (perceba que não há forças externas atuando no sistema), é possível obter a velocidade do barco $(\vec{V})$ imediatamente após o homem ter se atirado na água.




$\vec{Q}_{inicial} = \vec{Q}_{final} \rightarrow (M + m)\vec{V}_0 = M\vec{V} - (2\vec{V}_0)m$

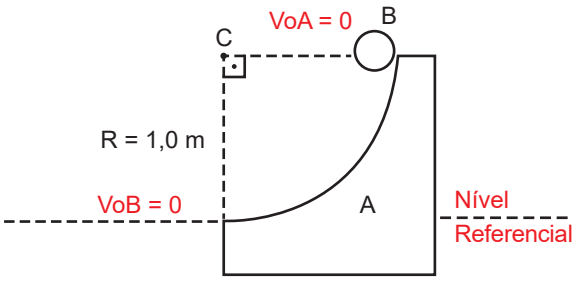
$\rightarrow M\vec{V} = (M + 3m)\vec{V}_0 \rightarrow \boxed{\vec{V} = \frac{(M + 3m)}{M}\vec{V}_0}$

**Resposta: C**

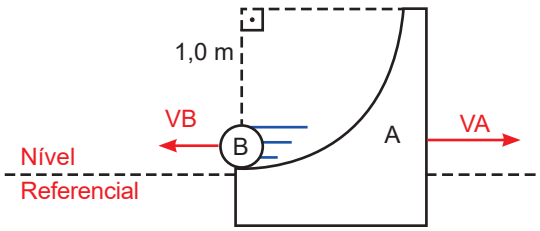
03.

i) De acordo com o enunciado, teremos as seguintes situações:

- **A esfera B está em repouso:**




- **A esfera B está no ponto mais baixo:**




ii) Observe que foi adotado um nível referencial no ponto mais baixo da trajetória da esfera B e que não há forças dissipativas atuando no sistema, logo é possível concluir que a energia mecânica do sistema é conservada. Baseado nisso, perceba que, no início, a energia mecânica do sistema é a energia potencial gravitacional de B em relação ao nível


045.750 - 160525/21

referencial e que, no fim, a energia mecânica do sistema é a soma das energias cinéticas de A e B, ou seja, como o sistema é conservativo, concluimos que a energia potencial gravitacional de B foi totalmente convertida em energia cinética das esferas A e B. Logo, temos que:

$$Em_{inicial} = Em_{final} \rightarrow m_B \cdot g \cdot R = \frac{m_B \cdot (V_B)^2}{2} + \frac{m_A \cdot (V_A)^2}{2}$$

$$\rightarrow M \cdot 10 \cdot 1 = \frac{\cancel{M} \cdot (V_B)^2}{2} + \frac{4\cancel{M} \cdot (V_B)^2}{2} \rightarrow$$

$$\rightarrow \boxed{4(V_A)^2 + (V_B)^2 = 20} \ (1)$$

iii) Como não há forças externas atuando no sistema, concluimos que a quantidade de movimento do sistema é conservada, logo:

$$\vec{Q}_{inicial} = \vec{Q}_{final} \rightarrow 0 = M_A \cdot V_A + M_B \cdot V_B \rightarrow$$

$$0 = 4\cancel{M} \cdot V_A + \cancel{M} V_B \Rightarrow \boxed{V_B = \ominus 4V_A} \ (2)$$

O sinal negativo indica que "A" está se movendo em sentido contrário a "B"

iv) Substituindo (2) em (1):

$4(V_A)^2 + V_B^2 = 20 \rightarrow 4V_A^2 + 16V_A^2 = 20 \rightarrow$

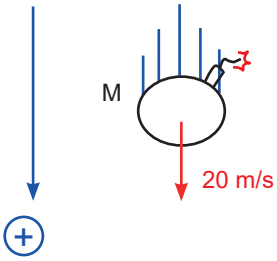
$$\rightarrow \begin{cases} V_A = 1\,m/s \ \text{(Em módulo)} \\ V_B = 4\,m/s \ \text{(Em módulo)} \end{cases}$$

**Resposta: $V_A$ = 1 m/s e $V_B$ = 4 m/s**

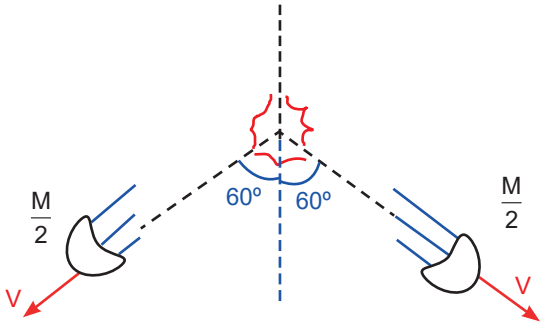
04.

i) De acordo com o enunciado, temos as seguintes situações:

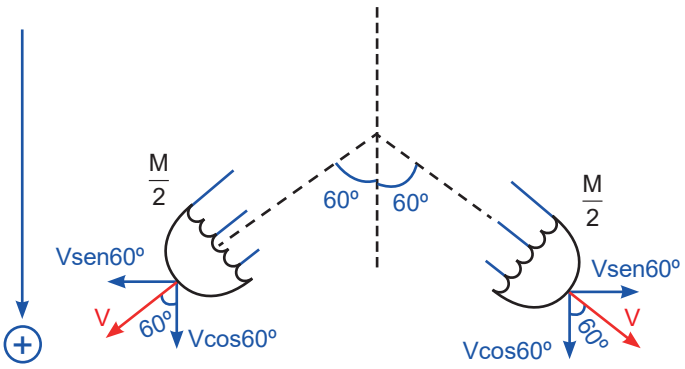
- **Antes da explosão:**




- **Após a explosão:**




ii) Decompondo o vetor velocidade V de cada fragmento nos eixos vertical e horizontal, temos que:




iii) Observe que, na vertical, a quantidade de movimento é conservada, logo temos que:

$$Q_{inicial} = Q_{final} \rightarrow M \cdot (20) = \frac{M}{2} \cdot (V \cos 60^\circ) + \frac{M}{2} \cdot V \cos 60^\circ$$

$$\rightarrow \cancel{M}(20) = \cancel{M}(V \cos 60^\circ) \rightarrow 20\ m/s = V \cos 60^\circ \rightarrow$$

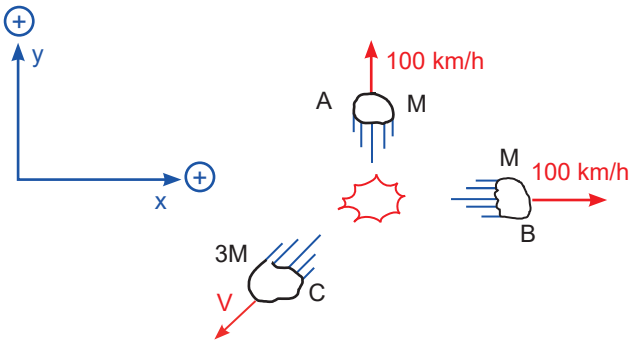
$\cos 60^\circ = 0{,}50$ (Enunciado) $\rightarrow 20\ m/s = V \cdot 0{,}50 \rightarrow$

$$\rightarrow \boxed{V = 40\ m/s}$$

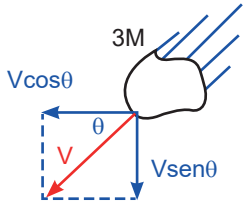
**Resposta: D**

05.

i) Observe que, inicialmente, o navio se encontra em repouso, ou seja, a quantidade de movimento inicial dele é zero. Observe também que não há forças externas atuando no navio, logo a quantidade de movimento dele é conservada nos instantes antes e após a explosão. Baseado nesses fatos, temos a seguinte situação:




ii) Perceba que podemos decompor o vetor velocidade V do pedaço C na direção vertical e na direção horizontal e conservar a quantidade de movimento do navio nesses eixos, logo:



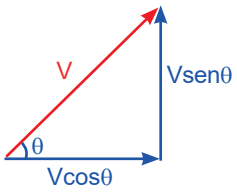

$$\begin{cases} x: Qx_{inicial} = Qx_{final} \\ y: Qy_{inicial} = Qy_{final} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 0 = \cancel{M} \cdot 100 - 3\cancel{M} V \cos\theta \\ 0 = \cancel{M} \cdot 100 - 3\cancel{M} V \text{sen}\theta \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} V \cos\theta = \frac{100}{3} km/h \\ V \text{sen}\theta = \frac{100}{3} km/h \end{cases}$$



045.750 - 160525/21

iii) Para obter o valor da velocidade do pedaço C após a explosão, basta somar vetorialmente a componente vertical e a componente horizontal dessa velocidade, ou seja:




$$V^2 = (V\cos\theta)^2 + (V\text{sen}\theta)^2$$
$$V^2 = \left(\frac{100}{3}\frac{km}{h}\right)^2 + \left(\frac{100}{3}\frac{km}{h}\right)^3$$
$$V^2 = 2\cdot\left(\frac{100}{3}\frac{km}{h}\right)^2 \rightarrow \boxed{V = \frac{100\sqrt{2}}{3}\frac{km}{h}}$$
$$\rightarrow \boxed{V \approx 47{,}14\ km/h}$$

**Resposta: O valor da velocidade do 3º pedaço é $\frac{100\sqrt{2}}{3}\frac{km}{h}$ ou $47{,}14\frac{km}{h}$ aproximadamente.**

06.

A) **Falso**. O enunciado não fornece dados para prever isso, logo não é possível saber se a partícula A ganhará ou perderá energia cinética na colisão.

B) **Falso**. Pelo mesmo motivo do item A, não há dados suficientes para saber a quantidade de movimento da partícula B antes e após a colisão, ou seja, não é possível fazer o comparativo para saber se o módulo dela irá aumentar.

C) **Falso**. O enunciado não fornece o tipo de colisão que ocorre entre as partículas A e B. Portanto, se a colisão for parcialmente elástica ou inelástica, não corre a conservação de energia.

D) **Verdadeiro**. De acordo com o enunciado, não há forças externas atuando no sistema composto pelas partículas A e B, logo é possível afirma que a quantidade de movimento total do sistema é conservada.

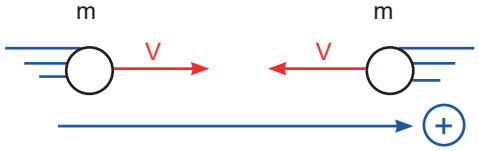
E) **Falso**. O enunciado não fornece o tipo de colisão que ocorre entre as partículas A e B. Portanto, se a colisão for perfeitamente elástica, é possível que não ocorra deformação permanente devido à colisão.

**Resposta: D**

07.

i) O enunciado não fornece o tipo de colisão que ocorre entre as duas bolas de gude, ou seja, é possível que ela seja perfeitamente elástica, parcialmente elástica ou inelástica. Baseado nisso, concluímos que o sistema pode conservar ou perde parte da energia mecânica inicial dele após a colisão. Inicialmente a energia mecânica do sistema é $E_{Mo} = \frac{mV^2}{2} + \frac{mV^2}{2}$, ou seja, $\boxed{E_{Mo} = mV^2}$. Baseado no que foi mencionado anteriormente, concluímos que, no final, a energia mecânica do sistema é $\boxed{E_{Mf} \leq mV^2}$.

ii) Adotando um sentido positivo para o movimento das bolas de gude, é possível obter o valor da quantidade de movimento do sistema inicial, ou seja, antes da colisão.

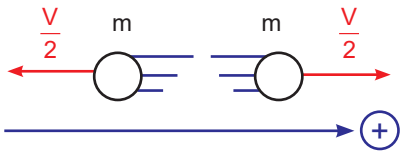



$$Q_{inicial} = mV - mV \rightarrow \boxed{Q_{inicial} = 0}$$

iii) Observe que não há forças externas atuando no sistema, logo a quantidade de movimento dele é conservada, ou seja, após a colisão, temos que $\boxed{Q_{final} = 0}$.

iv) Baseado nos passos anteriores, concluímos que a opção que pode representar a velocidade das bolas imediatamente depois da colisão deve seguir duas condições, que é a energia mecânica ($E_{mf}$) $\leq mV^2$ e a quantidade de movimento ($Q_{final}$) = 0.

v) Analisando os cincos itens fornecidos pelo enunciado, concluímos que a opção que segue os critérios do passo iv) é o item E.




- $E_{mf} = \frac{m}{2}\left(\frac{V}{2}\right)^2 + \frac{m}{2}\left(\frac{V}{2}\right)^2 \rightarrow \boxed{E_{mf} = \frac{mV^2}{4} \leq mV^2}$

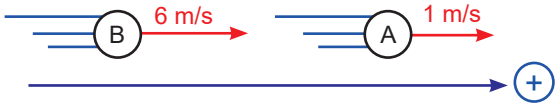
- $E_{final} = m\left(\frac{V}{2}\right) - m\left(\frac{V}{2}\right) \rightarrow \boxed{Q_{final} = 0 = Q_{inicial}}$

**Resposta: E**

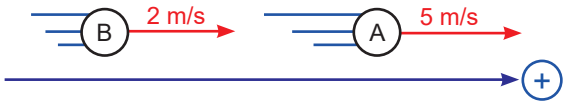
08.

A) i) Baseado no gráfico fornecido pelo enunciado, temos as seguintes situações:

- **Antes da colisão:**




- **Após a colisão:**




Observe que, no gráfico fornecido pelo enunciado, as velocidades dos carrinhos A e B estão no eixo positivo do gráfico. Baseado nisso, é possível concluir que os carrinhos A e B estão se locomovendo no mesmo sentido antes e após a colisão.

ii) Baseado no passo i), é possível calcular o coeficiente de restituição (e):

$$e = \frac{|\text{Velocidade relativa após o choque}|}{|\text{Velocidade relativa antes do choque}|} \rightarrow$$
$$\rightarrow e = \frac{5-2}{6-1} \rightarrow e = \frac{3}{5} \rightarrow \boxed{e = 0{,}6}$$

B) i) Observe que não há forças externas atuando no sistema, logo concluímos que a quantidade de movimento total dele é conservada antes e após a colisão.

ii) Baseado nas figuras pela resolução do item A(passo i), temos:

$$Q_{inicial} = Q_{final} \rightarrow m_A \cdot Vo_A + m_B \cdot Vo_B = m_A \cdot V_A + m_B \cdot V_B$$
$$\rightarrow 0{,}2\cdot 1 + m_B \cdot 6 = 0{,}2\cdot 5 + m_B \cdot 2 \rightarrow 4m_B = 0{,}2\cdot 5 - 0{,}2\cdot 1$$
$$\rightarrow \boxed{m_B = 0{,}2\ kg}$$

**Resposta: A) e = 0,6 B) $m_B$ = 0,2 kg**


045.750 - 160525/21

09.

i) Observe que, antes de ocorrer a colisão entre as esferas 1 e 2, a energia mecânica inicial ($E_{Mi}$) do sistema é $E_{Mi} = \frac{(2M)(V_o)^2}{2}$, ou seja, $\boxed{E_{Mi} = MV_o^2}$.

ii) Perceba que, antes de ocorrer a colisão entre as cargas, a quantidade de movimento inicial do sistema é $\boxed{Q_{inicial} = (2M)V_o}$.

iii) Observe que todas as colisões possíveis são perfeitamente elásticas e que não há forças dissipativas atuando no sistema, ou seja, a energia mecânica é conservada. Observe também que não há forças externas atuando no sistema, logo é possível concluir que a quantidade de movimento do sistema é conservado.

iv) Baseado nos passos anteriores, é possível concluir que o item correto apresenta energia mecânica igual a $MV_o^2$ e quantidade de movimento igual a $(2M)V_o$. Portanto, analisando os itens, temos que:

A) • $E_M = \frac{M(2V_o)^2}{2} \rightarrow E_M = 2MV_o^2$

• $Q = M \cdot (2V_o) \rightarrow Q = (2M)V_o$

B) • $E_M = \frac{M}{2}\left(\frac{V_o}{2}\right)^2 + \frac{M}{2}\left(\frac{V_o}{2}\right)^2 + \frac{M}{2}\left(\frac{V_o}{2}\right)^2 + \frac{M}{2}\left(\frac{V_o}{2}\right)^2$

$\rightarrow E_M = \frac{MV_o^2}{2}$

• $Q = M\left(\frac{V_o}{2}\right) + M\left(\frac{V_o}{2}\right) + M\left(\frac{V_o}{2}\right) + M\left(\frac{V_o}{2}\right)$

$\rightarrow Q = (2M)V_o$

C) • $Em = \frac{M}{2}(V_o)^2 + \frac{M}{2}(V_o)^2 \rightarrow Em = MV_o^2$

• $Q = M(V_o) + M(V_o) \rightarrow Q = (2M)V_o$

Compatível com o que foi proposto anteriormente

D) • $Em = \frac{M}{2}(V_o)^2 + \frac{M}{2}(V_o)^2 + \frac{M}{2}(V_o)^2 + \frac{M}{2}(V_o)^2 \rightarrow Em = (2M)V_o^2$

• $Q = M(V_o) + M(V_o) + M(V_o) + M(V_o) \rightarrow Q = 4M(V_o)$

E) • $Em = \frac{M}{2}(0)^2 + 4 \cdot \frac{M}{2}(0)^2 \rightarrow Em = 0$

• $Q = 2M(0) + 4 \cdot M \cdot (0) \rightarrow Q = 0$

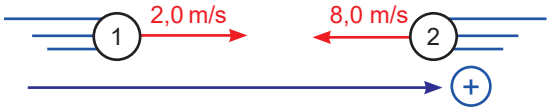
**Resposta: C**

10.

A) i) O sinal negativo na velocidade implica que a partícula 2 está se lomomovendo em sentido contrário ao sentido de movimento da partícula 1.

ii) Baseado no passo i) e no enunciado, temos as seguintes situações:

• **Antes da colisão:**




• **Após a colisão:**

iii) Observe que não há forças externas atuando no sistema, logo é possível conservar a quantidade de movimento antes e após a colisão e utilizar o coeficiente de restituição para encontrar os valores do $V_1'$ e $V_2'$.

• $Q_{Antes} = Q_{Após} \rightarrow m_1V_1 + m_2V_2 = m_1V_1' + m_2V_2' \rightarrow$

$3 \cdot 2 + 2 \cdot (-8) = 3V_1' + 2V_2' \rightarrow \boxed{3V_1' + 2V_2' = -10}$ (1)

• $e = \frac{|\text{Velocidade relativa após a colisão}|}{|\text{Velocidade relativa antes da colisão}|} \rightarrow$

$\rightarrow 0{,}5 = \frac{V_2' - V_1'}{2 - (-8)} \rightarrow 0{,}5 = \frac{V_2' - V_1'}{10} \rightarrow \boxed{V_2' - V_1' = 5}$ (2)

iv) Fazendo um sistema com as expressões (1) e (2), temos:

$\begin{cases} 2V_2' + 3V_1' = -10 \\ V_2' - V_1' = 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2V_2' + 3V_1' = -10 \\ 3V_2' - 3V_1' = 15 \end{cases} \rangle\ 5V_2' = 5 \rightarrow$

$\boxed{V_2' = 1\,m/s} \rightarrow \boxed{V_1' = -4\,m/s}$

O sinal negativo implica que, após a colisão, a partícula 1 irá se movimentar em um sentido que é contrário ao sentido que foi suposto no passo ii), ou seja, após a colisão, teremos a seguinte situação:

B) i) De acordo com os dados fornecidos pelo enunciado, podemos calcular a energia cinética inicial (Eci) do sistema, ou seja, a energia antes de ocorrer a colisão.

$Eci = \frac{m_1(V_1)^2}{2} + \frac{m_2(V_2)^2}{2} \rightarrow Eci = \frac{3 \cdot (2)^2}{2} + \frac{2 \cdot (8)^2}{2} \rightarrow$

$\rightarrow \boxed{Eci = 70\ J}$ (1)

ii) Utilizando os valores encontrados na solução do item A, podemos calcular a energia cinética final (Ecf) do sistema, ou seja, a energia após ocorrer a colisão.

$Ecf = \frac{m_1(V_1)^2}{2} + \frac{m_2(V_2')^2}{2} \rightarrow Ecf = \frac{3 \cdot (4)^2}{2} + \frac{2 \cdot (1)^2}{2} \rightarrow$

$\rightarrow \boxed{Ecf = 25\ J}$ (2)



045.750 - 160525/21

iii) Para obter a relação entre as energias cinéticas do sistema imediatamente após e imediatamente antes do impacto, basta dividir (2) por (1).

$$\frac{Ecf}{Eci} = \frac{25\ \cancel{J}}{70\ \cancel{J}} \rightarrow \frac{Ecf}{Eci} = \frac{5 \cdot \cancel{5}}{14 \cdot \cancel{5}} \rightarrow \boxed{\frac{Ecf}{Eci} = \frac{5}{14}}$$

**Resposta: A)** • **Velocidade da partícula 1 = 4 m/s**
• **Velocidade da partícula 2 = 1 m/s**

**B) A relação é** $\frac{5}{14}$

11.

i) Utilizando os dados fornecidos pelo enunciado, é possível calcular o valor da potência em watts.

$$\begin{matrix} 1\,HP & = 746 \text{ watts} \\ 8750\,HP & = Pot \end{matrix} \rightarrow \frac{1\ \cancel{HP}}{8750\ \cancel{HP}} = \frac{746 \text{ watts}}{Pot}$$

$$\rightarrow Pot = 8750 \cdot 746 \text{ watts}$$

$$\rightarrow \boxed{Pot = 6527500 \text{ watts}}$$

ii) A potência encontrada anteriormente é ocasionada pelo trabalho da força de 3.000.000 N. Baseado nisso, podemos encontrar o valor da velocidade V da embarcação.

$$Pot = \frac{\Delta Energia}{\Delta tempo} \rightarrow \Delta Energia = Trabalho(\tau) \rightarrow$$

$$\rightarrow Pot = \frac{\tau}{\Delta t} = \tau = F \cdot d \rightarrow Pot = \frac{F \cdot d}{\Delta t} = Velocidade(V)$$

$$\rightarrow \boxed{Pot = F \cdot V} \quad (1)$$

iii) Utilizando a expressão (1) e os dados fornecidos pelo enunciado, é possível encontrar o valor de V.

$$Pot = F \cdot V \rightarrow 6527500 \text{ watts} = (3000000\ N) \cdot V$$

$$\rightarrow \boxed{V \approx 2{,}18 \text{ m/s}}$$

iv) 1 tonelada equivale a 1000 kg. Utilizando essa conversão e o valor da velocidade V encontrado no passo iii), é possível encontrar o valor da quantidade de movimento da embarcação.

$$Q = m \cdot V \rightarrow Q = (33000 \text{ toneladas}) \cdot (2{,}18 \text{ m/s})$$

$$\rightarrow Q = (33000 \cdot 1000 \text{ kg}) \cdot (2{,}18 \text{ m/s})$$

$$\rightarrow Q = (33000000)\ (2{,}18 \text{ m/s}) \rightarrow \boxed{Q \approx 7{,}2 \cdot 10^7 \text{kg} \cdot \frac{m}{s}}$$

**Resposta: D**

12.

i) Utilizando os dados fornecidos pelo enunciado é possível calcular o valor da massa de água (m) que abastece o tanque em 10 minutos

$$\frac{1 \text{ kg de água}}{1 \text{ litro}} = \frac{m}{1500 \text{ litros}} \rightarrow m = \frac{1 \text{ kg de água}}{1\ \cancel{\text{litro}}} \cdot 1500\ \cancel{\text{litros}}$$

$$\rightarrow \boxed{m = 1500 \text{ kg}}$$

ii) Observe que, inicialmente, a energia mecânica da água é nula, pois a velocidade da água na superfície do rio é nula (Enunciado) e a superfície do rio se encontra no nível referencial de energia potencial. A água não pode ganhar energia do nada, alguém deve fornecer para ela essa energia, logo, baseado nisso, é possível concluir que a energia mecânica que a água adquire é proveniente da bomba.

iii) A energia que a bomba fornece para a água equivale a energia mecânica dela ao chegar no tanque. Baseado nisso, temos:

$$\text{Energia bomba}(Eb) = \frac{mV^2}{2} + mgh \rightarrow$$

$$Eb = \frac{1500 \cdot (4)^2}{2} + 1500 \cdot 10 \cdot 6 \rightarrow \boxed{Eb = 102000 \text{ J}}$$

iv) Observe que:

$$\frac{1 \text{ min}}{10 \text{ min}} = \frac{60 \text{ s}}{\Delta t} \rightarrow \frac{1 \text{ min}}{10 \text{ min}} = \frac{60 \text{ s}}{\Delta t} \rightarrow \Delta t = 10 \cdot 60 \text{ s}$$

$$\rightarrow \boxed{\Delta t = 600 \text{ s}}$$

v) Utilizando os resultados dos passos iii) e iv) é possível calcular a potência da bomba ($Pot_B$)

$$Pot_B = \frac{Eb}{\Delta t} \rightarrow Pot_B = \frac{102000 \text{ J}}{600 \text{ s}} \rightarrow \boxed{Pot_B = 170 \text{ watts}}$$

vi) Utilizando os dados fornecidos pelo enunciado é possível converter watts (W) para CV

$$\begin{matrix} 1\ CV & = 736\ W \\ x & = 170\ W \end{matrix} \rightarrow \frac{1\ CV}{x} = \frac{736}{170} \rightarrow x = \frac{170}{736}\ CV$$

$$\rightarrow x \approx 0{,}23\ CV \rightarrow \boxed{Pot_B = 0{,}23\,CV}$$

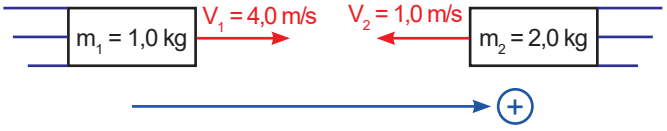
**Resposta: E**

13.

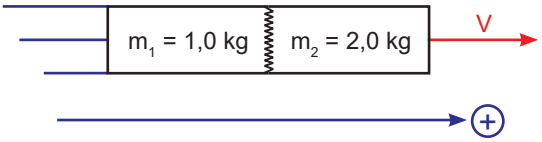
i) Para que ocorra a máxima dissipação de energia mecânica possível, a colisão entre os dois blocos deve ser do tipo inelástica, ou seja, após a colisão, os dois blocos saem colados um com o outro.

ii) Baseado nos dados do enunciado e no passo i), temos duas situações:

• **Antes da colisão:**




• **Após a colisão:**




iii) Observe que não há forças externas atuando no sistema composto pelos dois blocos, logo a quantidade de movimento dele é conservada

$$Q_{inicial} = Q_{final} \rightarrow m_1V_1 + m_2V_2 = (m_1 + m_2)V \rightarrow$$

$$1 \cdot (4) + 2(-1) = (1 + 2) \cdot V \rightarrow \boxed{V = \frac{2}{3} \text{ m/s}}$$



045.750 - 160525/21

iv) A energia dissipada é obtida pela variação de energia mecânica do sistema, ou seja, é a energia mecânica que ele tem após a colisão menos a energia meânica que ele tinha antes da colisão.

- Energia mecânica inicial (Emi) $= \frac{m_1V_1^2}{2} + \frac{m_2V_2^2}{2} =$

$= \frac{1\cdot(4)^2}{2} + \frac{2\cdot(1)^2}{2} \rightarrow \boxed{\text{Emi} = 9\text{ J}}$

- Energia mecânica final (Emf) $= \frac{(m_1+m_2)V^2}{2} =$

$+\frac{(1+2)}{2}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^2 \rightarrow \boxed{\text{Emf} = \frac{2}{3}\text{ J}}$

- Energia mecânica dissipada (Ediss) = Emf = Emi

$\rightarrow \boxed{\text{Edess} = \ominus\frac{25}{3}\text{ J}}$

O sinal negativo indica que o sistema perdeu energia, ou seja, ela foi dissipada.

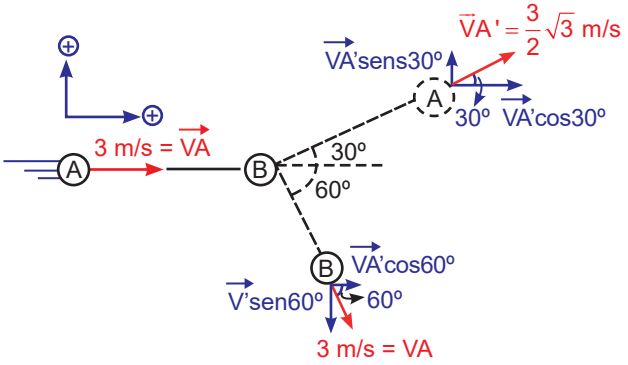
**Resposta: B**

14.

i) Observe que não há forças externas externas atuando no sistema, logo é possível conservar a quantidde de movimento dele antes e após a colisão.

ii) Perceba que irá ocorrer duas colisões nesse sistema. A primeira entre as bolas A e B e a segunda entre as bolas B e C.

iii) Adotando sentidos positivos para o movimento e decompondo as velocidades de A e B no eixo horizontal e no eixo vertical, vamos analisar a primeira colisão do sistema

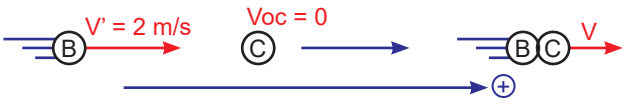



Observe que, se conservamos a quantidade de movimento na horizontal ou na vertical, obteremos o valor de V'. Por questão de facilidade de contas, vamos conservar a quantidade de movimento na vertical.

$Q_{\text{inicial vertical}} = Q_{\text{final vertical}} \rightarrow 0 = m_AV_A\text{'sen30º} - m_BV\text{'sen60º}$

$\rightarrow 0 = 4\cdot\frac{3\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{2} - 3\cdot V'\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow 0 = \frac{4}{2} - V' \rightarrow \boxed{V' = 2\text{ m/s}}$

iv) Analisando a segunda colisão do sistema:




$Q_{\text{inicial}} = Q_{\text{final}} \rightarrow m_BV' + m_CVoc = (m_B + m_C)V \rightarrow 3\cdot 2 + 1\cdot(0)$

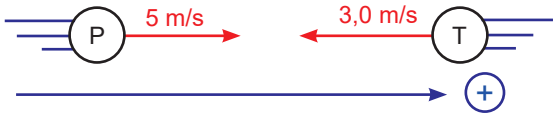
$= (3 + 1)\cdot V \rightarrow \boxed{V = 1{,}5\text{ m/s}}$

**Resposta: A**

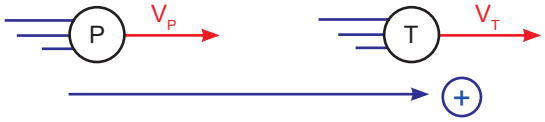
15.

i) Adotando um sentido positivo para o movimento dos móveis e seguindo as orientações fornecidas pelo enunciado, temos a seguinte situação:

- **Antes de colisão:**




- **Após a colisão:**




ii) Observe que não há forças externas atuando no sistema, logo podemos conservar a quantidade dele nos momentos antes e após a colisão

$Q_{\text{inicial}} = Q_{\text{final}} \rightarrow m_PVoP + m_TVoT = m_P\cdot V_P + m_TV_T \rightarrow$

$15(5) + 13(-3) = 15V_P + 13V_T \rightarrow \boxed{15\,V_P + 13V_T = 36}$ (1)

iii) Utilizando o coeficiente de restituição, podemos encontrar uma segunda equação que tenha $V_P$ e $V_T$.

$e = \frac{|\text{velocidade relativa após a colisão}|}{|\text{velocidade relativa antes da colisão}|} \rightarrow \frac{3}{4} = \frac{V_T - V_P}{5-(-3)}$

$\rightarrow \frac{3}{4} = \frac{V_T - V_P}{8} \rightarrow \boxed{V_T - V_P = 6}$ (2)

iv) Utilizando as equações (1) e (2), podemos fazer um sistema e encontrar $V_P$ e $V_T$.

$\begin{cases}13V_T + 15V_P = 36\\ V_T - V_P = 6\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}13V_T + 15V_P = 36\\ 15V_T - 15V_P = 6\cdot 15\end{cases}$

$\rangle 28V_T = 36 + 6\cdot 15 \rightarrow \boxed{V_T = 4{,}5\text{ m/s}}$

v) Substituindo o valor de $V_T$ em (2): $4{,}5 - V_P$

$6 \rightarrow \boxed{V_P = \ominus 1{,}5\text{ m/s}}$

O sinal negativo indica que o móvel P está se locomovendo contrário ao sentido que foi suposto no passo i).

**Resposta: B**

16.

A) **Falso**. O módulo da quantidade de movimento depende da massa do corpo e da velocidade, ou seja, as partículas A e B podem ter qualquer trajetória desde que a velocidade delas nessa trajetória mantenha a igualdade $m_Av_A = m_Bv_B$.

B) **Falso**. Para que os módulos da quantidade de movimento das partículas A e B sejam iguais é necessário apenas que a igualdade $m_AV_A = m_BV_B$ seja cumprida. Por exemplo, se a partícula A tiver $V_A = 2$ m/s e $m_A = 3$ kg e a partícula B tiver $V_B = 3$ m/s e $m_B = 2$ kg, a igualdade $m_AV_A = m_BV_B$ é mantida, porém, $V_A \neq V_B$.



045.750 - 160525/21

C) **Falso**. Seja $Q = m \cdot V$ e $Ec = \frac{mV^2}{2}$, podemos dizer que $V = \frac{Q}{m}$ e, com esse resultado, encontrar que $Ec = \frac{Q^2}{2m}$. Para as partículas A e B teriamos que as energias cinéticas delas são, respectivamente, $Ec_A = \frac{Q^2}{2m_A}$ e $Ec_B = \frac{Q^2}{2m_B}$. Para que as energias cinéticas de A e B sejam iguais, é necessário que $m_A = m_B$, porém o enunciado não garante isso. Portanto, não é possível afirmar que as energias cinéticas das partículas A e B são iguais.

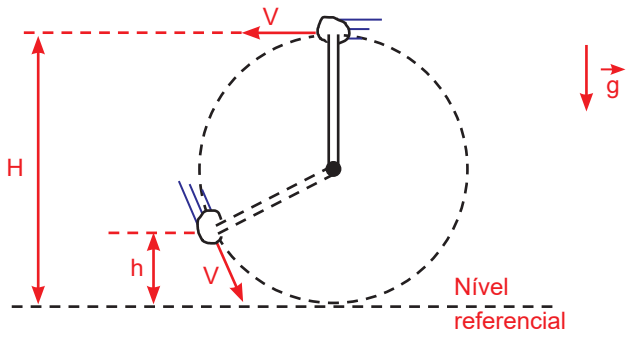
D) **Verdadeiro**. Seja $m_A = 2\ m$, $m_B = m$ e $m_AV_A = m_BV_B$, temos que $(2m)V_A = mV_B$, ou seja, $2VA = VB$ e isso equivale a $\boxed{V_A = \frac{V_B}{2}}$

E) **Falso.** A resolução do item D comprova que, nessa condição, temos que $\boxed{V_A = \frac{V_B}{2}}$.

**Resposta D**

17.

i) De acordo com o enunciado, temos a seguinte situação:




ii) Baseado no desenho anterior, vamos analisar a veracidade dos itens fornecidos pelo enunciado.

I. **Verdadeiro**. A quantidade de movimento é uma grandeza vetorial que possui uma mesma direção e sentido que o vetor velocidade. Observando a figura anterior, percebemos que, embora o módulo do vetor velocidade seja constante, a direção e sentido dele não são. Portanto a velocidade é uma grandeza vetorial variável e isso implica que a quantidade de movimento é uma grandeza vetorial variável também.

II. **Verdadeiro**. A energia potencial de gravidade é uma grandeza escalar cujo valor é obtido por mgh, em que **h** é a altura de um corpo em relação a um nível referencial. Observando a figura anterior, perbemos que a pedra muda de atura em relação a um nível referencial, logo concluimos que a energia potencial de gravidade da pedra é variável.

iii. **Falso**. A energia cinética é uma grandeza escalar que depende da massa da pedra e do módulo do vetor velocidade. Perceba que ambos são constantes, logo a energia cinética da pedra é constante.

iv. **Falso**. O peso é uma grandeza vetorial que possui o mesmo, sentido e direção que o vetor gravidade. Perceba que o vetor gravidade possui módulo, direção e sentidos constantes, ou seja, o vetor gravidade é uma grandeza vetorial que não varia. Baseado nisso, concluímos que o vetor peso também é uma grandeza vetorial quen ão varia.

**Resposta: B**

17.

A) **Falso**. De acordo com o enunciado, a formiga sobe o parafuso, ou seja, a altura dela em relação ao solo aumenta. A energia potencial de gravidade depende da altura da formiga em relação ao solo, se essa altura aumenta, a energia potencial de gravidade dela aumenta e isso implica que essa energia não é constante.

B) **Falso**. Perceba que, embora o módulo do vetor velocidade da formiga seja constante, a direção e o sentido dele são constantes, pois, para subir o parafuso, a formiga gira em torno dele e isso altera a direção e o sentido do vetor velocidade. Observe que $\vec{Q} = m\vec{V}$, ou seja, a quantidade de movimento é uma grandeza vetorial que depende do vetor velocidade. Como o vetor velocidade não é constante porque a direção e o sentido dele mudam, implica que o vetor quantidade de movimento da formiga é uma grandeza vetorial não constante.

C) **Verdadeiro**. A energia cinética depende da massa e do módulo do vetor velocidade da formiga e ambos são grandezas escalares constantes, ou seja, a energia cinética da formiga permanece constante. Baseado na resolução do item A, concluimos que a energia potencial gravitacional aumenta.

D) **Falso**. Baseado na resolução do item B, concluimos que a quantidade de movimento da formiga não permanece constante.

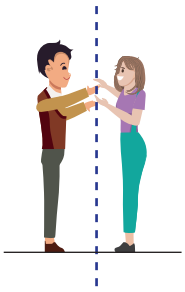
E) **Falso**. A energia mecânica total da formiga é a soma das energias potencial de gravidade e cinética. Como demonstrado na resolção do item A, a energia potencial de gravidade não é constante, ou seja, a energia mecânica não é constante, pois depende da energia potencial de gravidade.

**Resposta: C**

19.

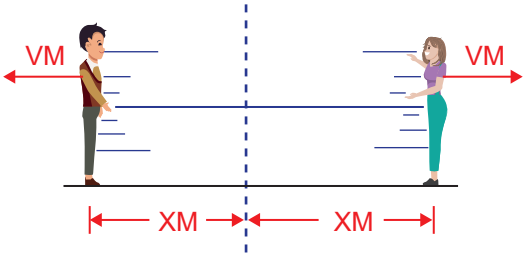
i) Observe que o fio irá se romper no exato momento em que ele esticar, ou seja, temos as seguintes situações

- **João e Maria em repouso:**



Posição Inicial

- **Exato momento em que o fio estica:**




Posição Inicial



045.750 - 160525/21

ii) Observe que não há forças externas atuando no sistema, logo é possível conservar a quantidade de movimento dele nas duas situações apresentadas anterior.

$$Q_{inicial} = Q_{final} \rightarrow 0 = m \cdot J \cdot (-VJ) + m_M \cdot V_M \rightarrow$$

$$0 = -84 \cdot V_J + 56 \cdot V_M \rightarrow \boxed{V_J = \frac{2}{3}V_M}$$

Sinal negativo indica que o João está se movimentando no sentido contrário ao de Maria

iii) Perceba que João percorre XJ durante o mesmo intervalo de tempo que Maria percorre $X_M$. Baseado nisso e utilizando as funções horária do espaço, temos

$$\begin{cases} X_J = V_J \cdot \Delta t \\ X_M = V_M \cdot \Delta t \end{cases} \rightarrow \frac{X_J}{X_M} = \frac{V_J \cdot \cancel{\Delta t}}{V_M \cdot \cancel{\Delta t}} \rightarrow \frac{X_J}{X_M} = \frac{1}{\cancel{V_M}} \cdot \frac{2}{3}\cancel{V_M}$$

$$\rightarrow \boxed{X_J = \frac{2}{3}X_M}$$

iv) Observe que, no momento que o fio estica, temos $X_J + X_M = 10$ m. Portanto, substituindo o valor de $X_J$ nessa equação, conseguiremos encontrar $X_M$, que é a distância percorrida por Maria antes de fio romper

$$X_J + X_M = 10\text{ m} \rightarrow \frac{2}{3}X_M + \frac{3}{3}X_M = 10\text{ m} \rightarrow \frac{5}{3}X_M = 10\text{ m}$$

$$\rightarrow \boxed{X_M = 6\text{ m}}$$

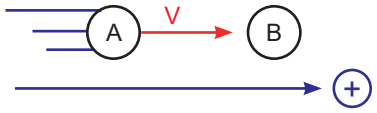
**Resposta: C**

20.

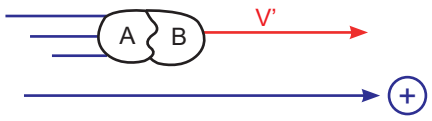
i) Observe que não há forças externas atuando no sistema, logo a quantidade de movimento do sistema é conservada.

ii) Suponha que, imediatamente antes da colisão com a esfera B, a velocidade da esfera A seja V. Baseado nisso e nas informações fornecidas pelo enunciado, temos as seguintes situações:

- **Antes da colisão:**




- **Após a colisão:**




$$Q_{inicial} = Q_{final} \rightarrow m_A V_A + m_B V_B = (m_A + m_B)V' \rightarrow$$

$$m_A = m_B = m \text{ (Enunciado)} \rightarrow mV + m(0) = (m + m)V' \rightarrow$$

$$\rightarrow \cancel{m}V = 2\cancel{m}V' \rightarrow \boxed{V' = \frac{V}{2}}$$

iii) A energia dissipada é a energia que o sistema perdeu por causa da colisão, ou seja, ela é a diferença entre a energia mecânica final (Emf) e a energia mecânica inicial (Emi) do sistema.

- $Emi = \frac{m_A(V_A)^2}{2} + \frac{m_B(V_B)^2}{2} = \frac{m(V)^2}{2} + \frac{m(0)^2}{2}$

$$\rightarrow \boxed{Emi = \frac{mV^2}{2}}$$

- $Emf = \frac{(m_A + m_B)(V')^2}{2} = \frac{(m+m)}{2}\left(\frac{V}{2}\right)^2 = \frac{\cancel{2}\,m^2}{\cancel{2}} + \frac{V^2}{2}$

$$\rightarrow \boxed{Emf = \frac{mV^2}{4}}$$

- Energia dissipada $(E_{diss}) = Emf - Emi \rightarrow$

$$E_{diss} = \frac{mV^2}{4} - \frac{mV^2}{2} \rightarrow \boxed{E_{diss} = -\frac{mV^2}{4}}$$

O sinal negativo indica que a energia foi perdida, ou seja, dissipada

iv) O percentual é o que foi perdido sobre o total inicial, ou seja, $\frac{|E_{diss}|}{|E_{mi}|} = \frac{\frac{mV^2}{4}}{\frac{mV^2}{3}} = 0{,}5$. Portanto, é possível concluir que o percentual é 50%.

**Resposta: C**

## Anotações

DIGITAÇÃO: ESTEFANIA – REVISÃO: ALEXANDRE



045.750 - 160525/21